

سؤالات موضوعی نهایی

((حسابان ۱))

پایه یازدهم رشته‌ی ریاضی و فیزیک

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲



آخرین نسخه: شهریور ۱۴۰۲

تهیه کننده: جابر عامری



عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

فصل اول

((حسابان ۱))



درس ۱ : مجموع جملات دنباله‌ی حسابی

۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	در دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول ۴ و قدرنسبت ۸ ، حداقل چند جمله را با هم جمع کنیم تا حاصل از ۴۰۰ بیشتر شود؟	۱
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	گزینه‌ی درست را انتخاب کنید. مجموع چندجمله از دنباله‌ی حسابی و ۱۲ و ۷ و X برابر ۶۰ است؟ $3(1) \quad 4(2) \quad 5(3) \quad 6(4)$	۲
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. حاصل عبارت $100 + \dots + 6 + 4 + 2$ برابر ۲۵۰۰ است.	۳
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. مجموع جملات دنباله‌ی حسابی ۱۹۹ و و ۷ و ۵ و ۳ و ۱ ، برابر است.	۴

مجموع جملات دنباله‌ی هندسی

۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	طول ضلع مربعی یک متر است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می کنیم. سپس نیمی از مساحت باقی مانده را و به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی مانده را رنگ می کنیم. پس از دست کم چند مرحله حداقل ۹۹ درصد سطح مربع رنگ شده است؟	۱
۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	در این دنباله‌ی هندسی، مجموع شش جمله‌ی اوّل دنباله ۹ برابر مجموع سه جمله‌ی اوّل آن است. مجموع ده جمله‌ی اوّل این دنباله، چند برابر مجموع پنج جمله‌ی اوّل آن است؟	۲

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل اوّل

((حسابان ۱))



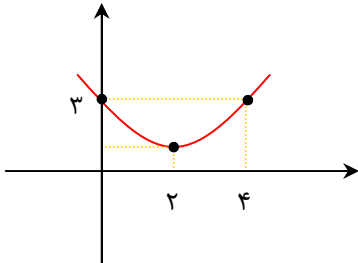
درس ۲: معادلات درجه دوم

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. ریشه های معادله ی درجه ی دوم به صورت $3 \pm 2\sqrt{5}$ می باشند.	۱
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. حاصل ضرب ریشه های معادله ی $4x^2 + 3x - 8 = 0$ مساوی است.	۲

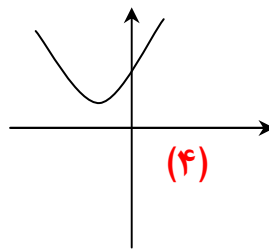
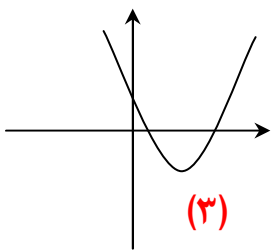
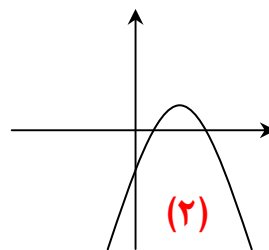
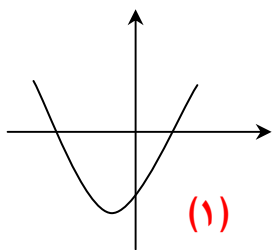
صفرهای تابع

۱ نمره	خرداد ۱۴۰۲	مقدار m را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + mx^2 - x - 2$ برابر -1 باشد، سپس صفرهای دیگر تابع را به دست آورید.	۱
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. صفرهای تابع f طول تلاقی نمودار $f(x)$ با محور x ها است.	۲

سه می

۱ نمره	شهریور ۱۴۰۲	 در شکل زیر نمودار سه می $p(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. صفرهای تابع را در صورت وجود به دست آورید و ضابطه ی تابع را مشخص کنید.	۱
۱ نمره	شهریور ۱۴۰۲		۲

با توجه به تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، نمودار یا نمودارهای متناظر با هریک از ویژگی های جدول زیر را مشخص کنید.



ویژگی	شماره نمودار (نمودارها)
علامت b منفی است.	
دارای مینیمم و ریشه‌ی ندارد.	
علامت c منفی است.	

روش های هندسی حل معادلات

تپه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل اول

((حسابان ۲))



درس ۳ : معادلات گویا

۱ نمره	شهریور ۱۴۰۲	اگر دو ماشین چمن زنی با هم کار کنند، می توانند در ۴ ساعت، چمن یک زمین فوتبال را کوتاه کنند. با فرض اینکه سرعت کار یکی از آنها دو برابر دیگری باشد، ماشین سریعتر در چند ساعت می تواند کار را به تنهایی انجام دهد؟	۱
-----------	----------------	--	---

معادلات گنگ

۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	معادله‌ی زیر را به روش جبری حل کنید. $1 + \sqrt{x+2} = x - 3$	۱
۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	معادله‌ی زیر را به روش جبری حل کنید. $2 + \sqrt{1+x} = x - 3$	۲
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $\sqrt{x^2 - 9} + 2\sqrt{x - 3} = 0$ ، برابر $\{.....\}$ می باشد.	۳

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل اوّل

((حسابان ۱))

درس ۴ : قدر مطلق و ویژگی های آن

			۱
--	--	--	---

توابع قدر مطلق و رسم نمودار

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. نمودار تابع $y = -f(x)$ ، قرینه‌ی نمودار $y = f(x)$ ، نسبت به محور y ها است.	۱
--------------	---------------	--	---

معادلات قدر مطلق

۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	معادله‌ی قدر مطلق $ x-1 =2$ را به روش جبری حل کنید.	۱
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۲	نمودار تابع $f(x)= x-3 $ را رسم کنید و به کمک آن معادله‌ی $f(x)=2$ را حل کنید.	۲

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل اوّل

((حسابان ۱))



درس ۵ : هندسه تحلیلی

۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	نقاط $A(۴,۲)$ و $B(۱,۰)$ و $C(k,-k)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر مثلث در رأس B قائمه باشد. مقدار k را بیابید.	۱
۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	دو خط $۳x - ۲y = ۲$ و $۲x + ۳y = ۱$ ، معادله های دو ضلع یک مستطیل اند و نقطه - ی $A(۱,۳)$ یک رأس یک مستطیل می باشند. مساحت این مستطیل چقدر است؟ محاسبه کنید.	۲
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. هرگاه دو خط $ky = ۲x + ۵$ و $(۱+k)x + y - ۳ = ۰$ بر هم عمود باشند، مقدار k برابر..... است.	۳
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۲	نقاط $A(۰,۱)$ و $B(۱,۴)$ و $C(۳,۰)$ سه رأس مثلث ABC هستند. طول میانه ی AM را بیابید.	۴
۱ نمره	شهریور ۱۴۰۲	یکی از اضلاع مربعی بر خط $y = ۲x - ۱$ واقع است. اگر $(۳,۰)$ یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت مربع را محاسبه کنید.	۵
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. فاصله ی دو خط موازی $۳x - ۴y + ۵ = ۰$ و $- ۳x + ۴y + ۱۰ = ۰$ برابر است.	۶

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

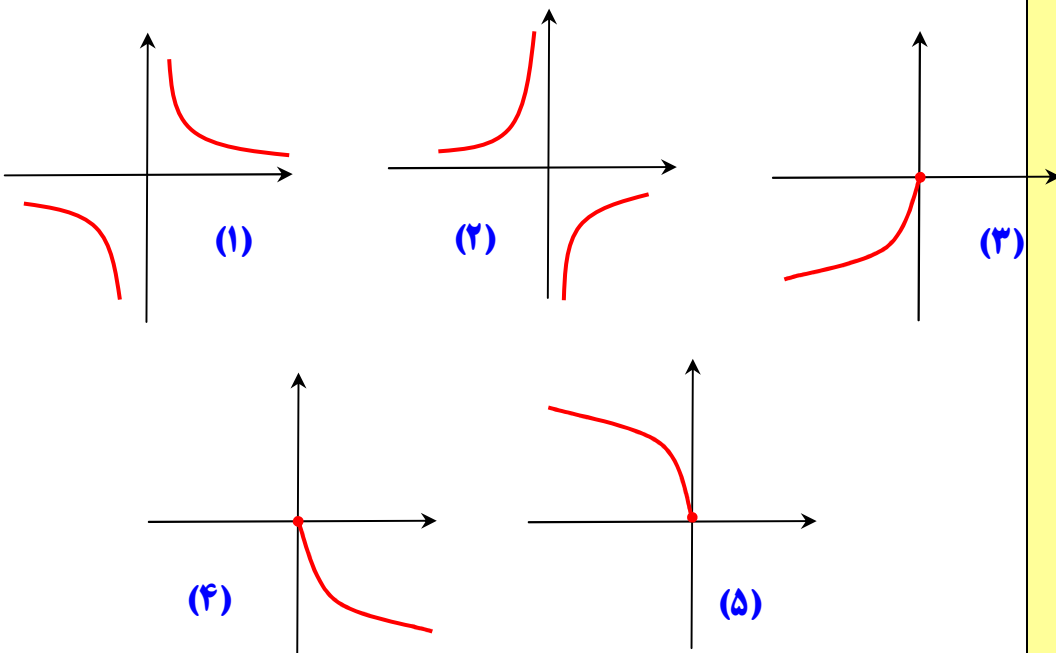
استان خوزستان

فصل دوم

((حسابان ۱))



درس ۱: آشنایی بیشتر با تابع

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هم دامنه‌ی تابع زیر مجموعه‌ای از برد آن است.	۱
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۲	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3} & -3 \leq x \leq 0 \\ -\frac{1}{x} & x > 0 \end{cases}$ را رسم نموده و دامنه و برد آن را بنویسید.	۲
۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	مشخص کنید هر نمودار زیر با کدام یک از توابع داده شده، متناظر است؟  $f(x) = -\frac{1}{x}$ و $g(x) = \sqrt{-x}$ و $h(x) = -\sqrt{x}$ و $r(x) = -\sqrt{-x}$ و $t(x) = \frac{1}{x}$	۳

برابری دو تابع

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر دامنه‌ی دو تابع با هم برابر و برد آنها نیز با هم برابر باشند، دو تابع برابرند.	۱
--------------	---------------	--	---

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دو تابع $f(x) = 1$ و $g(x) = \frac{x-7}{x-7}$ با هم برابرند.	۲
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دو تابع $f(x) = x$ و $g(x) = \sqrt{x^2}$ با هم برابرند.	۳
۱ نمره	شهریور ۱۴۰۲	آیا دو تابع $f(x) = \frac{ x }{x}$ و $g(x) = \frac{x}{ x }$ با هم مساوی اند؟ (دلیل پاسخ خود را بنویسید.)	۴

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل دوم

((حسابان ۱))

درس ۲: تابع گویا

			۱
--	--	--	---

تابع رادیکالی

			۱
--	--	--	---

معادله و تابع

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	گزینه‌ی درست را انتخاب کنید. چه تعداد از معادلات زیر، تابع هستند؟ $x = y + 1$ و $y = x + 1$ و $x - y^2 = 4$ و $x = y - 1$ (۱) یک مورد (۲) دو مورد (۳) سه مورد (۴) چهار مورد	۱
--------------	---------------	--	---

تابع پله ای و تابع جزء صحیح

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. حاصل $\left[\frac{x}{x+1} \right]$ به ازای $x = \frac{1}{2}$ برابر است.	۱
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	گزینه‌ی درست را انتخاب کنید. حاصل عبارت $A = [7x] - [2x]$ به ازای $x = -\frac{1}{2}$ کدام است؟ (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) ۲ (۴) ۳	۲
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	نمودار تابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آن را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} [x] & 0 \leq x < 2 \\ -\sqrt{x-2} & x \geq 2 \end{cases}$	۳

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه، استان خوزستان

فصل دوم

((حسابان ۱))



درس ۳ : تابع یک به یک

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = x^2 - 4x$ ، یک به یک <u>نیست</u> .	۱
--------------	---------------	---	---

محاسبه وارون تابع

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	گزینه‌ی درست را انتخاب کنید. اگر $f(x) = -\frac{1}{2}x + 5$ باشد، حاصل $f^{-1}(3)$ کدام است؟ $(1) 1$ $(2) \frac{13}{2}$ $(3) \frac{7}{2}$ $(4) 4$	۱
۰/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ را طوری محدود کنید که تابعی وارون پذیر شود.	۲
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	تابع $g(x) = x^2 - 2x + 3$ مفروض است. الف) نشان دهید تابع g ، یک به یک است. ب) با محدود کردن دامنه‌ی تابع g ، تابعی وارون پذیر به نام f بسازید و وارون آن را به دست آورید.	۳
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = \frac{3}{4}$ ، وارون تابع $g(x) = \frac{4}{3}$ است.	۴

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل دوم

((حسابان ۱))



درس ۴: اعمال روی توابع

۰/۲۵	خرداد	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.	۱
نمره	۱۴۰۲	برای هر دو تابع f و g داریم: $f \circ g = g \circ f$	

ترکیب توابع

۲	خرداد	اگر $f = \{(۱,-۱), (۳,۲), (۲,-۲), (-۳,۰)\}$ و $g = \{(۰,۳), (۲,-۲), (۳,۱), (۱,۰)\}$ دو تابع باشند: الف) دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید. ب) تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید. ج) $(fog)(۳)$ را به دست آورید. د) $(g^{-۱}og)(۲)$ را به دست آورید.	۱
۱/۵	خرداد	توابع $f(x) = \sqrt{x+۱}$ و $g(x) = x^2 + ۳$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه‌ی تابع gof را بیابید. ب) ضابطه‌ی تابع fog را تعیین کنید.	۲
۱/۵	خرداد	توابع $f(x) = ۲x - ۵$ و $g(x) = \sqrt{x-۲}$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه‌ی تابع gof را بیابید. ب) ضابطه‌ی تابع gof را تعیین کنید.	۳
۱	شهریور	توابع $f(x) = \frac{۱}{x^2}$ و $g(x) = \sqrt{۴-x^2}$ مفروضند. دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید.	۴
۱/۲۵	شهریور	توابع $f(x) = \sqrt{x-۱}$ و $g(x) = x^2 - ۳x$ داده شده‌اند. الف) دامنه‌ی تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $(gof)(۵)$ را به دست آورید.	۵

تهیه کننده: جابر عامری

فصل سوم

((حسابان ۱))



درس ۱: تابع نمایی

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. در تابع $f(x) = a^x$ ، اگر $0 < a < 1$ باشد، با افزایش مقادیر x ، مقادیر تابع f ، می یابند.	۱
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	اگر $f(x) = 2^{x+1} - 5$ باشد، مقدار $f^{-1}(27)$ را بیابید.	۲
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در تابع $f(x) = a^x$ ، اگر $a > 1$ ، با افزایش مقدار x ، مقادیر f افزایش می یابد.	۳
۱ نمره	شهریور ۱۴۰۲	خط $y = 10$ ، نمودار تابع $y = (0.01)^x$ را در چه نقطه ای قطع می کند؟ (راه حل نوشته شود).	۴
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. تابع نمایی $f(x) = a^x$ ، محور y ها را در نقطه ای به عرض قطع می کند.	۵
۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	تحت شرایط ایده آل جرم یک توده ی معین از باکتری ها، در هر ساعت ۳ برابر می شود. فرض کنید در ابتدا ۱۰۰ میلی گرم باکتری وجود دارد. الف) جرم توده، پس از t ساعت را به صورت یک تابع نمایی بنویسید. ب) جرم توده را پس از ۱۰ ساعت، برآورد کنید. پ) جرم توده، پس از چند ساعت، برابر ۲۴۳۰۰ میلی گرم خواهد شد؟	۶

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل سوم

((حسابان ۱))



درس ۲: تابع لگاریتمی

۰/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	۱ تابع $f(x) = 3^x$ را در نظر بگیرید. الف) برد تابع را بنویسید. ب) وارون تابع $f(x)$ چیست؟
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	۲ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. لگاریتم اعداد مثبت کمتر از یک (در مبنای ده)، همواره عددی منفی است.
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	۳ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. لگاریتم هر عدد مثبت همواره عددی مثبت است.
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	۴ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. وارون تابع نمایی $f(x) = 7^x$ ، تابع است.
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	۵ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ یک به یک است.
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	۶ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. حاصل عبارت $\log_5 \sqrt[3]{25}$ برابر است.
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	۷ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. لگاریتم اعشاری هر عدد مثبت، همواره عددی مثبت است.
۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	۸ اگر $f(x) = \log_3 (x^2 - 1)$ ، مقدار $f^{-1}(3)$ را به دست آورید. (راه حل نوشته شود.)

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل سوم

((حسابان ۱))



درس ۳ : ویژگی های لگاریتم

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	گزینه‌ی درست را انتخاب کنید. حاصل عبارت $\log_7 \sqrt[3]{49^2}$ کدام گزینه است؟ $(1) \frac{2}{3} \quad (2) \frac{4}{3} \quad (3) \frac{1}{2} \quad (4) \frac{4}{3}$	۱
--------------	---------------	---	---

معادلات لگاریتمی

۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	معادله‌ی لگاریتمی $\log(x+3) + \log(x-3) - \log x = 3 \log 2$ را حل کنید.	۱
۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	معادله‌ی لگاریتمی $\log(x-1) + \log(\frac{x}{2} + 1) = \log 18 - \log 2$ را حل کنید.	۲
۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	معادله‌ی لگاریتمی $\log_3(x^2 - 1) = 1 + \log_3(x + 3)$ را حل کنید.	۳
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	معادله‌ی لگاریتمی مقابل را حل کرده و مجموعه‌ی جواب را مشخص کنید. $\log_3^{x-1} + \log_3^{\frac{x}{2}+1} = 2$	۴

کاربردهای لگاریتم

۰/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	نیمه‌ی عمر یک ماده ۴۸ ساعت است. اگر ۲۵۶ گرم از این ماده را در اختیار داشته باشیم، جرمی که پس از ۹۶ ساعت باقی می ماند، چقدر است؟	۱
۰/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	نیمه‌ی عمر عنصری ۲۵ سال است. اگر جرم اولیه‌ی آن ۲۴ میلی گرم باشد. بعد از ۴۰ سال جرم این عنصر چقدر خواهد بود؟ $(2^{-1/6} \cong 0/۳۲)$	۲

تهیه کننده : جابر عامری

فصل چهارم

((حسابان ۱))



درس ۱ : واحدهای اندازه گیری زاویه

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. یک رادیان در هر دایره‌ی دلخواه، اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی است که طول کمان روبرو به آن برابر طول است.	۱
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	گزینه‌ی درست را انتخاب کنید. انتتهای کمان روبرو به زاویه‌ی $\frac{7\pi}{5}$ رادیان ، در ناحیه‌ی مثلثاتی است. (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم	۲
۰/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	طول برف پاک کن عقب خودرویی ۲۵ سانتی متر است. اگر برف پاکن، کمانی به اندازه‌ی ۶۰ درجه طی کند، آنگاه طول کمان طی شده توسط نوک برف پاک کن، چند سانتی متر است؟ ($\pi \cong 3$)	۳
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. زاویه‌ی مرکزی رو به رو به کمانی به طول $\frac{1}{8}$ سانتی متر، در دایره‌ی ای به شعاع ۴ سانتی متر برابر رادیان است.	۴
۰/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	شخصی دور میدان دایره‌ی ای شکل به شعاع ۱۰ متر در حال دوچرخه سواری است. اگر زاویه‌ی ای که شخص طی کرده ۹۰ درجه باشد، او چه مسافتی را رکاب زده است؟	۵
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. در دایره‌ی ای به شعاع ۳ متر، اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی روبرو به کمانی به طول ۱۲ متر برابر رادیان	۶
۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	در چرخ فلکی، فاصله‌ی هر کابین از مرکز چرخ فلک برابر $\frac{1}{3}$ متر است. فرض کنید یک کابین هنگام حرکت، کمانی به اندازه‌ی ۱۵۰ درجه طی کند. الف) اندازه‌ی کمان را بر حسب رادیان به دست آورید. ب) طول کمان طی شده توسط این کابین چند سانتی متر است؟ ($\pi = 3$)	۷
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. یک رادیان، تقریباً معادل درجه است.	۸
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اندازه‌ی زاویه‌ی $-\frac{2\pi}{5}$ رادیان برابر $72^\circ -$ است.	۹

فصل چهارم

((حسابان ۱))



درس ۲: نسبت های مثلثاتی برخی زاویه ها

۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	مقدار نسبت های مثلثاتی زیر را به دست آورید. ب) $\cos(۱۳۵^\circ)$ الف) $\tan(\frac{۹\pi}{۴})$	۱
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. حاصل عبارت $\tan(-۶۰^\circ)$ برابر با است.	۲
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	گزینه ی درست را انتخاب کنید. حاصل $\tan(\theta - \frac{\pi}{۲})$ کدام است؟ ۱) $\tan \theta$ ۲) $-\tan \theta$ ۳) $\cot \theta$ ۴) $-\cot \theta$	۳
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. $\cos(\frac{\pi}{۲} + \alpha) = \sin(۲\pi - \alpha)$	۴
۰/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. $\cos \alpha + \cos(\pi - \alpha) = ۰$	۵

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل چهارم

((حسابان ۱))



درس ۳ : توابع مثلثاتی

۰/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	نمودار تابع مثلثاتی $y = \sin x $ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۱
۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	تابع مثلثاتی $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ را در نظر بگیرید. الف) نمودار تابع را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید. ب) تعیین کنید که نمودار این تابع ، محور x ها را در چه نقاطی قطع می کند.	۲
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. برد تابع $f(x) = \sin x$ ، بازه ی است.	۳
۱/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	نمودار تابع $y = - \cos x + 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کرده و برد تابع را مشخص کنید. (مراحل رسم را نشان دهید.)	۴

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل چهارم

((حسابان ۱))



درس ۴ : نسبت های مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا

۰/۷۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	با استفاده از روابط نسبت های مجموع دو زاویه ی نشان دهید: $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$	۱
۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	فرض کنید $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ و $\cos \beta = \frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع چهارم و انتهای کمان β در ربع اول باشد. حاصل $\cos(\alpha - \beta)$ را بیابید.	۲
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	گزینه ی درست را انتخاب کنید. کدامیک از روابط زیر درست نیست؟ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ (۱) $\cos 2\alpha = -2\cos^2 \alpha + 1$ (۲) $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$ (۳) $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$ (۴)	۳
۱ نمره	خرداد ۱۴۰۲	مقدار نسبت مثلثاتی $\tan(-\frac{23\pi}{4})$ را به دست آورید.	۴
۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	فرض کنید $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و α زاویه ای حاده و β زاویه ای منفرجه باشد، حاصل $\cos(\alpha - \beta)$ را بیابید.	۵
۲/۲۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\tan \beta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$ و انتهای کمان α در ربع اول و β در ربع دوم باشد، مقدار دقیق $\cos(\alpha + \beta)$ و $\sin 2\alpha$ را بیابید.	۶
۱ نمره	شهریور ۱۴۰۲	مقدار عبارت زیر به دست آورید. الف) $\cos(-240^\circ) + \tan(\frac{7\pi}{2}) - \sin^2(135)$ ب) $\cos(22/5)$	۷

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل پنجم

((حسابان ۱))



درس ۱ : مفهوم حد و فرآیند های حدی

۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. بازه ی $(۲, ۶)$ یک همسایگی راست عدد ۲ است.	۱
۱ نمره	شهریور ۱۴۰۲	اگر بازه ی $(۵ + ۲y, x - ۱)$ ، یک همسایگی راست ۳ باشد، مجموعه ی مقادیر x و y را به دست آورید.	۲

تهیه کننده : جابر عامری
عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه
استان خوزستان

فصل پنجم

((حسابان ۱))



درس ۲: حدهای یک طرفه

۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	۱ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x+1 & x>1 \\ x^2-2 & x<1 \end{cases}$ را رسم نموده و سپس با استفاده از نمودار حد تابع در نقطه‌ی $x=1$ را بررسی کنید.
۰/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	۲ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابع $g(x) = \sqrt{x-3}$ ، در نقطه‌ی $x=3$ <u>حد ندارد</u> .
۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	۳ نمودار $f(x) = \begin{cases} -2 & x \in \mathbb{Z} \\ 3 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ را در فاصله‌ی $[-2, 2]$ رسم نموده و سپس با استفاده از نمودار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ را به دست آورید.
۰/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	۴ حد راست تابع $f(x) = \frac{x}{[x]-3}$ را در نقطه‌ی $x=3$ بررسی کنید.
۱ نمره	شهریور ۱۴۰۲	۵ با توجه به شکل، حاصل عبارت زیر را در صورت وجود به دست آورید. $2 \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + 3 f(1) - \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
۱ نمره	شهریور ۱۴۰۲	۶ آیا تابع $f(x) = \sqrt{x-x^2}$ در نقطه‌ی $x=1$ حد دارد؟ چرا؟

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

فصل پنجم

((حسابان ۱))



درس ۳ : قضیه های حد

۰/۲۵	خرداد	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.	۱
نمره	۱۴۰۲	حد تابع ثابت $f(x) = C$ در هر عدد دلخواه a برابر است.	
۰/۲۵	خرداد	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.	۲
نمره	۱۴۰۲	حد تابع همانی $f(x) = x$ ، در هر دلخواه a ، برابر است.	

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل پنجم

((حسابان ۱))



درس ۴ : محاسبه حد

۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	مقدار حد های زیر را بیابید. ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$ الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x}$	۱
۳ نمره	خرداد ۱۴۰۲	حاصل حدهای زیر را بیابید. ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2\cos 2x}{x \sin x}$ الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x} - 5 - 2}$ و	۲
۲/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	حاصل حدهای زیر را بیابید. ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$ الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6}$ و	۳
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	مقدار حدهای زیر را بیابید. ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{5x}$ الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 x - 8}{x - 2}$	۴
۲/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	مقدار حدهای زیر را بیابید. پ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2\cos 2x}{x \sin x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x}$ الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{x+8}}{x^2 - 1}$	۵

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل پنجم

((حسابان ۱))



درس ۵: پیوستگی در یک نقطه

۲ نمره	خرداد ۱۴۰۲	مقدار a و b را چنان تعیین کنید که تابع زیر در $x = 2$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} [x] + a & x > 2 \\ x - 1 & x = 2 \\ b - 1 & x = 2 \\ 2bx + 4 & x < 2 \end{cases}$	۱
۱/۲۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	الف) نمودار تابع f را به گونه ای رسم کنید که در یک همسایگی محذوف نقطه‌ی $x = 3$ تعریف شود. ولی در این نقطه حد نداشته باشد. ب) نمودار تابع g را به گونه ای رسم کنید که در نقطه‌ی $x = -2$ حد راست داشته باشد، ولی در این نقطه پیوستگی راست نداشته باشد.	۲
۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	مقدار a را طوری بیابید که تابع $g(x) = ([x] - a)[x]$ در نقطه‌ی $x = -2$ پیوسته باشد.	۳
۱/۵ نمره	خرداد ۱۴۰۲	مقدار a و b را چنان تعیین کنید که تابع زیر در نقطه‌ی $x = 2$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} 2x + a & x > 2 \\ 3 & x = 2 \\ bx + 1 & x < 2 \end{cases}$	۴
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f در نقطه ای به طول $x = 0$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1+x} - 1 & x > 0 \\ x - \frac{a}{4} & x = 0 \\ b + \frac{[x]}{2} & x < 0 \end{cases}$	۵
۱/۵ نمره	شهریور ۱۴۰۲	پیوستگی تابع f را در $x = 0$ ، به ازای تمام مقادیر a بررسی کنید.	۶

		$f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{ x } & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$	
--	--	---	--

پیوستگی در یک فاصله

			۱
--	--	--	---

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل اول

((حسابان ۱))



درس ۱ : مجموع جملات دنباله‌ی حسابی

۱	$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ $S_n > 400 \rightarrow \frac{n}{2}[2(4) + (n-1)(8)] > 400$ $\rightarrow n(8 + 8n - 8) > 800 \rightarrow n(8n) > 800 \rightarrow n^2 > 100 \rightarrow n > 10 \rightarrow n = 11$ لذا حداقل ۱۱ جمله را با هم جمع کنیم تا حاصل از ۴۰۰ بیشتر شود.
۲	گزینه‌ی ۳ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ $S_n = 60 \rightarrow \frac{n}{2}[2(2) + (n-1)(5)] = 60 \rightarrow \frac{n}{2}[2(2) + (n-1)(5)] = 60$ $\rightarrow \frac{n}{2}(4 + 5n - 5) = 60 \rightarrow \frac{n}{2}(5n - 1) = 60 \rightarrow n(5n - 1) = 120$ $\rightarrow n(5n - 1) = 120 \rightarrow 5n^2 - 5n - 120 = 0 \rightarrow n = 5$
۳	نادرست؛ قرار می دهیم، $S = 2 + 4 + 6 + \dots + 100$ $\rightarrow S = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 50) = 2 \times \frac{50}{2}(1 + 50) = 50 \times 51 = 2550$
۴	۱۰۰۰۰ ؛ می دانیم که $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$ از طرفی اگر قرار دهیم، $2n - 1 = 199 \rightarrow n = 100$ آن وقت خواهیم داشت؛ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = (100)^2 = 10000$

مجموع جملات دنباله‌ی هندسی

۱	دنباله‌ی هندسی ... و $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2}$
---	--

$S_n \geq \frac{99}{100} \rightarrow a \times \frac{1-r^n}{1-r} \geq \frac{99}{100} \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}} \geq \frac{99}{100} \rightarrow 1-\left(\frac{1}{2}\right)^n \geq \frac{99}{100}$ $\rightarrow \frac{1}{100} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^n \rightarrow 2^n \geq 100 \rightarrow n \geq 7$	
$\frac{S_6}{S_3} = \frac{a \times \frac{1-r^6}{1-r}}{a \times \frac{1-r^3}{1-r}} = \frac{1-r^6}{1-r^3} = \frac{(1-r^3)(1+r^3)}{1-r^3} = 1+r^3$ $\frac{S_6}{S_3} = 9 \rightarrow 1+r^3 = 9 \rightarrow r^3 = 8 \rightarrow r = 2$ $\frac{S_{10}}{S_5} = \frac{a \times \frac{1-r^{10}}{1-r}}{a \times \frac{1-r^5}{1-r}} = \frac{1-r^{10}}{1-r^5} = \frac{(1-r^5)(1+r^5)}{1-r^5} = 1+r^5$ $\frac{S_{10}}{S_5} = 1+r^5 = 1+2^5 = 1+32 = 33$	۲

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل اول

((حسابان ۱))



درس ۲: معادلات درجه دوم

۱	کافی است معادله‌ای را بنویسیم که دو ریشه‌ی آن معلوم باشند. $\begin{cases} x_1 = 3 + 2\sqrt{5} \\ x_2 = 3 - 2\sqrt{5} \end{cases} \rightarrow S = x_1 + x_2 = 6, \quad p = x_1 \times x_2 = -11$ $\rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 11 = 0$
۲	$P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-11}{1} = -11$ زیرا -2 ؛ -2

صفرهای تابع

۱	$f(-1) = 0 \rightarrow (-1)^3 + m(-1)^2 - (-1) - 2 = 0 \rightarrow -1 + m + 1 - 2 = 0 \rightarrow m = 2$ $\xrightarrow{m=2} f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2 \rightarrow f(x) = (x-1)(x+1)(x+2)$ $f(x) = 0 \rightarrow (x-1)(x+1)(x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \\ x=-2 \end{cases}$
۲	درست

سه‌می

۱	تابع هیچ صفری ندارد. لذا : $p(x) = a(x-2)^2 + 1 \xrightarrow{(0,3)} 3 = a(0-2)^2 + 1 \rightarrow a = \frac{1}{2}$ $\rightarrow p(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$
---	--

۲	با توجه به نمودار های داده شده و نظر به ویژگی های سهمی، جدول داده شده به شکل زیر تکمیل می شود.	
	ویژگی	شماره نمودار (نمودارها)
	علامت b منفی است.	(۳)
	دارای مینیمم و ریشه‌ی ندارد.	(۴)
	علامت c منفی است.	(۱) و (۲)

روش های هندسی حل معادلات

۱

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل اوّل

((حسابان ۱))

درس ۳ : معادلات گویا

ساعت	$\frac{1}{t} + \frac{1}{2t} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{2}{2t} + \frac{1}{2t} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{3}{2t} = \frac{1}{4} \rightarrow t = 6$	۱
------	---	---

معادلات گنگ

$1 + \sqrt{x+2} = x-3 \rightarrow \sqrt{x+2} = x-4 \rightarrow (\sqrt{x+2})^2 = (x-4)^2$ $\rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16 \rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \rightarrow (x-7)(x-2) = 0$ $\rightarrow \begin{cases} x-7=0 \rightarrow x=7 \\ x-2=0 \rightarrow x=2 \end{cases}$ غ ق	۱
$2 + \sqrt{1+x} = x-3 \rightarrow \sqrt{1+x} = x-5 \rightarrow (\sqrt{1+x})^2 = (x-5)^2$ $\rightarrow 1+x = x^2 - 10x + 25 \rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0 \rightarrow (x-8)(x-3) = 0$ $\rightarrow \begin{cases} x-8=0 \rightarrow x=8 \\ x-3=0 \rightarrow x=3 \end{cases}$ غ ق	۲
$\sqrt{x^2-9} + 2\sqrt{x-3} = 0 \rightarrow 2\sqrt{x-3} = -\sqrt{x^2-9} \rightarrow 4(x-3) = x^2-9$ $\rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow (x-3)(x-1) = 0 \rightarrow x=3, x=1$ (غ ق)	۳ ۳؛ زیرا

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل اوّل

((حسابان ۱))

درس ۴ : قدر مطلق و ویژگی های آن

	۱
--	---

توابع قدر مطلق و رسم نمودار

نادرست، نمودار تابع $y = -f(x)$ ، قرینه‌ی نمودار $y = f(x)$ نسبت به محور x ها است.	۱
--	---

معادلات قدر مطلق

$ x - 1 = 2 \rightarrow x - 1 = \pm 2$ $\rightarrow \begin{cases} x - 1 = 2 \rightarrow x = 3 \rightarrow x = \pm 3 \\ x - 1 = -2 \rightarrow x = -1 \quad (\times) \end{cases}$	۱
$x = 0$ $ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow x = \pm 3$ جواب های معادله‌ی داده شده $x = \pm 1$ و $x = \pm 5$ می باشد.	۲

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

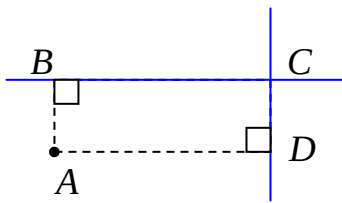
استان خوزستان

فصل اول

((حسابان ۱))



درس ۵: هندسه تحلیلی

۱ چون مثلث در رأس B قائم الزاویه است. لذا دو خط AB و BC بر هم عمودند. لذا حاصل ضرب شیب های آنها برابر -۱ است. $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{۰ - ۲}{۱ - ۴} = \frac{۲}{۳}$ $m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-k - ۰}{k - ۱} = -\frac{k}{k - ۱}$ $\frac{m_{AB} \times m_{BC} = -۱}{\frac{۲}{۳} \times \frac{-k}{k - ۱} = -۱} \rightarrow \frac{۲k}{۳k - ۳} = ۱ \rightarrow ۳k - ۳ = ۲k \rightarrow k = ۳$	۱
۲ به کمک شیب دو خط داده شده، معلوم است که حاصل ضرب شیب های برابر -۱ است. یعنی دو خط بر هم عمودند و معادلات دو ضلع مجاور مستطیل اند. از طرفی مختصات نقطه‌ی A در هیچکدام از معادلات دو ضلع، صدق نمی کند. لذا این نقطه روی هیچکدام از این دو خط نمی باشد. پس برای محاسبه‌ی مساحت مستطیل، باید فاصله‌ی این نقطه را دو خط داده شده بدست آوریم. بدین شکل اندازه‌ی طول و عرض مستطیل بدست می آید. با تعیین طول و عرض، مساحت نیز قابل محاسبه است. $AB = \frac{ ۲(۱) + ۳(۳) - ۱ }{\sqrt{(۲)^2 + (۳)^2}} = \frac{۱۰}{\sqrt{۱۳}}$ $AD = \frac{ ۳(۱) - ۲(۳) - ۲ }{\sqrt{(۳)^2 + (-۲)^2}} = \frac{۵}{\sqrt{۱۳}}$ $\rightarrow S = \frac{۱۰}{\sqrt{۱۳}} \times \frac{۵}{\sqrt{۱۳}} = \frac{۵۰}{۱۳}$	۲ 
۳ $(۱ + k)x + y - ۳ = ۰ \rightarrow y = -(۱ + k)x + ۳ \rightarrow m_۱ = -(۱ + k)$ $ky = ۲x + ۵ \rightarrow y = \frac{۲}{k}x + \frac{۵}{k} \rightarrow m_۲ = \frac{۲}{k}$ $m_۱ \times m_۲ = -(۱ + k)\left(\frac{۲}{k}\right) = -\frac{۲}{k} - ۲ \xrightarrow{m_۱ \times m_۲ = -۱} -\frac{۲}{k} - ۲ = -۱$	۳

$\rightarrow -\frac{2}{k} = 1 \rightarrow k = -2$	
ابتدا مختصات نقطه‌ی M وسط ضلع BC را تعیین می‌کنیم. $x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$ $y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{4+0}{2} = 2 \rightarrow M(2,2)$ اکنون اندازه‌ی میانه‌ی AM را تعیین می‌کنیم. $AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(2-0)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$	۴
واضح است که مختصات نقطه‌ی $(3,0)$ در معادله‌ی $y = 2x - 1$ صدق نمی‌کند. لذا این نقطه روی خط مذکور واقع نیست. پس برای تعیین اندازه‌ی ضلع مربع، فاصله‌ی این نقطه را تا خط داده شده بدست می‌آوریم. $y = 2x - 1 \rightarrow 2x - y - 1 = 0$ $d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 2(3) + (-1)(0) + (-1) }{\sqrt{(2)^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$ $S = d^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$ لذا مساحت مربع می‌شود.	۵
۳؛ زیرا $\begin{cases} 3x - 4y + 5 = 0 \\ -3x + 4y + 10 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 4y + 5 = 0 \\ 3x - 4y - 10 = 0 \end{cases}$ $d = \frac{ c_1 - c_2 }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 5 - (-10) }{\sqrt{(3)^2 + (-4)^2}} = \frac{ 15 }{\sqrt{25}} = 3$	۶

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

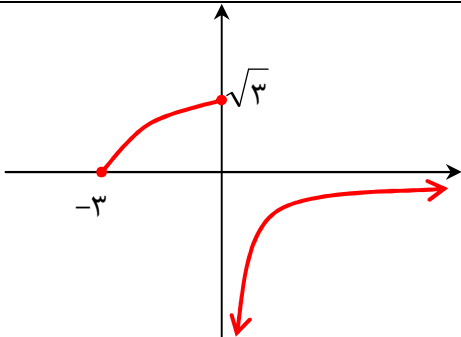
استان خوزستان

فصل دوم

((حسابان ۲))



درس ۱: آشنایی بیشتر با تابع

۱	نادرست، برد تابع زیر مجموعه‌ی هم دامنه می باشد.
۲	با نقطه یابی برای هر ضابطه‌ی تابع به سادگی نمودار زیر معلوم می شود.  $D_f = [-3, +\infty)$ $R_f = (-\infty, \sqrt{3}]$
۳	به کمک انتخاب نقاطی از دامنه‌ی توابع و جستجوی این نقاط روی نمودار، می توان نمودار توابع را مشخص کرد. بر این اساس می توان نوشت : $(۱) \leftrightarrow t(x)$ و $(۲) \leftrightarrow f(x)$ و $(۳) \leftrightarrow r(x)$ و $(۴) \leftrightarrow h(x)$ و $(۵) \leftrightarrow g(x)$

برابری دو تابع

۱	نادرست، باید به ازای هر x دامنه‌ی مشترک، مقدار $f(x) = g(x)$ باشد. دو تابع زیر دامنه و برد یکسان دارند ولی برابر نمی باشند. $f = \{(۱,۲), (۳,۴), (۵,۶)\}$ و $g = \{(۱,۲), (۵,۴), (۳,۶)\}$
۲	نادرست، دامنه های دو تابع برابر نیستند. ($D_f = R$ و $D_g = R - \{۷\}$)
۳	نادرست؛ به ازای $x = -۵$ مقادیر دو تابع برابر نیستند. $f(-۵) = -۵$ $g(-۵) = \sqrt{(-۵)^2} = -۵ = ۵$
۴	دو تابع داده شده ، برابرند. زیرا ؛ اولاً : $D_f = D_g = R - \{۰\}$ ثانیاً : به ازای هر عضو دامنه، $f(x) = g(x) = \begin{cases} ۱ & x > ۰ \\ -۱ & x < ۰ \end{cases}$

تهیه کننده : جابر عامری

فصل دوم

((حسابان ۱))



درس ۲: تابع گویا

	۱
--	---

تابع رادیکالی

	۱
--	---

معادله و تابع

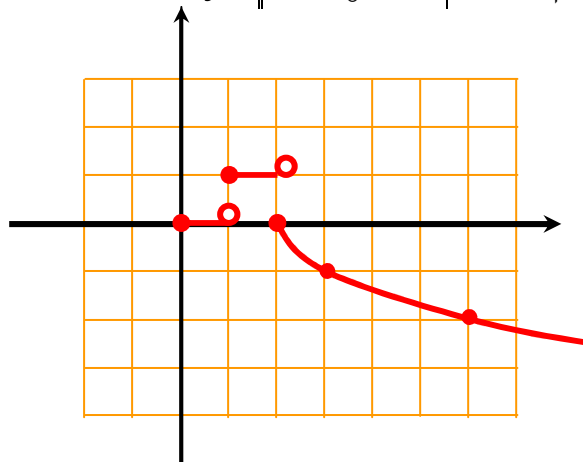
گزینه‌ی ۱، فقط معادله‌ی $y = x + 1$ تابع است. با رسم نمودار یا بررسی به کمک تعریف، به سادگی معلوم می شود که سایر موارد، نمی توانند نشان دهنده‌ی معادله‌ی تابع باشند.	۱
--	---

تابع پله ای و تابع جزء صحیح

حاصل این عبارت را به ازای $x = \frac{1}{2}$ را تعیین می کنیم. $\left[\frac{x}{x+1} \right] = \left[\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+1} \right] = \left[\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} \right] = \left[\frac{2}{6} \right] = \left[\frac{1}{3} \right] = 0$	۱
گزینه‌ی ۲ $A = [7x] - [2x] = [7(-\frac{1}{2})] - [2(-\frac{1}{2})] = [-\frac{7}{2}] - [-1] = -4 + 1 = -3$	۲
این تابع یک تابع دوضابطه ای است. ضابطه‌ی اول آن یک تابع جزء صحیح می باشد که با انتخاب فواصلی از محدوده‌ی تعیین شده، نمودار آن ترسیم می شود. $0 \leq x < 1 \xrightarrow{[x]=0} y = 0$ $1 \leq x < 2 \xrightarrow{[x]=1} y = 1$ نمودار ضابطه‌ی دوم را می توان به کمک نقطه یابی رسم کرد.	۳

$$x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2$$

x	۲	۳	۶
y	۰	-۱	-۲



$$D_f = [0, +\infty) \text{ و } R_f = (-\infty, 0] \cup \{1\}$$

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل دوم

((حسابان ۱))



درس ۳ : تابع یک به یک

۱	درست ، نمودار این تابع به صورت یک سهمی است و لذا یک به یک نمی باشد.
---	---

محاسبه وارون تابع

۱	فرض کنیم که $f^{-1}(3) = \alpha$ و لذا $f(\alpha) = 3$ ، پس : $f(\alpha) = -\frac{1}{2}\alpha + 5 \rightarrow 3 = -\frac{1}{2}\alpha + 5 \rightarrow \alpha = 4$ یعنی گزینه ی ۴ درست است.
۲	دامنه ی این تابع مجموعه ی اعداد حقیقی (R) است. نمودار این تابع یک سهمی می باشد. لذا تابع یک به یک نیست. برای محدود کردن دامنه، طوری که تابع یک به یک شود. ابتدا طول رأس سهمی را تعیین می کنیم و بازه ای (زیر مجموعه ای) از اعداد حقیقی را طوری تعیین کنید که ابتدا یا انتهای این بازه طول رأس سهمی باشد. (باز یا بسته بودن بازه تفاوتی ندارد). $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2(1)} = 2$ لذا بازه های مورد نظر به یکی از صورت های زیر می باشد. $(-\infty, 2)$ و $(-\infty, 2]$ و $(2, +\infty)$ و $[2, +\infty)$ که دانش آموز کافی است یکی از این بازه ها را بنویسد. البته زیر مجموعه های دیگر از این بازه ها هم می توانند پاسخ باشند. مانند $(-\infty, 1]$
۳	الف) چون $g(0) = g(2) = 3$ ، پس تابع g یک به یک نیست. ب) واضح است؛ $g(x) = x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 + 2 = (x-1)^2 + 2$ لذا $D_g = R$ می باشد و چون نقطه ی $(1, 2)$ رأس سهمی می باشد، پس می توان دامنه ی را به صورت $(1, +\infty)$ یا $(-\infty, 1]$ محدود کرد که تابع یک به یک به دست آید. $f(x) = (x-1)^2 + 2 ; \quad x \geq 1$ اکنون معکوس این تابع را می توان به صورت زیر تعیین نمود.

$y = (x - 1)^2 + 2 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = (y - 1)^2 + 2 \rightarrow x - 2 = (y - 1)^2$ $\rightarrow \sqrt{x - 2} = y - 1 \rightarrow y = 1 + \sqrt{x - 2}$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x - 2}$	
نادرست؛ این تابع یک به یک نیست و لذا وارون پذیر نمی باشد.	۴

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل دوم

((حسابان ۱))



درس ۴: اعمال روی توابع

درست، ضرب دو تابع خاصیت جابجایی دارد.	۱
---------------------------------------	---

ترکیب توابع

الف) $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = \{3, 2\}$ ب) $\frac{f}{g} = \{(3, 2), (2, 1)\}$ ج) $(f \circ g)(3) = f(g(3)) = g(1) = -1$ د) $(g^{-1} \circ g)(2) = (g^{-1}(g(2))) = g^{-1}(-2) = 2$	۱
الف) $D_f = [-1, +\infty)$ و $D_g = R$ $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \geq -1 \mid \sqrt{x+1} \in R\} = [-1, +\infty)$ ب) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2 + 3) = \sqrt{(x^2 + 3) + 1} = \sqrt{x^2 + 4}$	۲
الف) $D_f = R$ و $D_g = [2, +\infty)$ $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid 2x - 5 \geq 2\} = [\frac{7}{2}, +\infty)$ ب) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x - 5) = \sqrt{(2x - 5) - 2} = \sqrt{2x - 7}$	۳
$D_f = R - \{0\}$ و $4 - x^2 \geq 0 \rightarrow -2 \leq x \leq 2 \rightarrow D_g = [-2, 2]$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [-2, 2] \mid \sqrt{4 - x^2} \neq 0\} = (-2, 2)$	۴
$D_f = [1, +\infty)$ و $D_g = R$	۵

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \geq 1 \mid \sqrt{x-1} \in R\} = [1, +\infty)$$

$$f(5) = \sqrt{5-1} = \sqrt{4} = 2$$

$$(g \circ f)(5) = g(f(5)) = g(2) = 2^2 - 3(2) = -2$$

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

فصل سوم

((حسابان ۲))



درس ۱: تابع نمایی

۱	بنابر ویژگی های توابع نمایی، در تابع نمایی، در تابع $f(x) = a^x$ ، اگر $0 < a < 1$ باشد، با افزایش مقادیر x ، مقادیر تابع f ، کاهش می یابند.
۲	فرض کنید که $f^{-1}(27) = \alpha$ باشد. در این صورت : $f^{-1}(27) = \alpha \rightarrow f(\alpha) = 27 \rightarrow 2^{\alpha+1} - 5 = 27 \rightarrow 2^{\alpha+1} = 32 \rightarrow 2^{\alpha+1} = 2^5$ $\rightarrow \alpha + 1 = 5 \rightarrow \alpha = 4$
۳	درست؛ طبق ویژگی های تابع نمایی
۴	$\begin{cases} y = 10 \\ y = (0/0 \ 1)^x \end{cases} \rightarrow (0/0 \ 1)^x = 10 \rightarrow (10^{-2})^x = 10 \rightarrow 10^{-2x} = 10$ $\rightarrow 10^{-2x} = 10 \rightarrow -2x = 1 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$
۵	۱؛ زیرا $f(x) = a^x \xrightarrow{x=0} f(0) = a^0 = 1$
۶	الف) $f(t) = 100 \times 3^t$ ب) $f(10) = 100 \times 3^{10} = 100 \times 59049 = 5904900$ پ) $f(t) = 24300 \rightarrow 100 \times 3^t = 24300 \rightarrow 3^t = 243 \rightarrow 3^t = 3^5 \rightarrow t = 5$

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل سوم

((حسابان ۱))



درس ۲: تابع لگاریتمی

الف) $R = (0, +\infty)$	ب) $f^{-1}(x) = \log_3^x$	۱
درست، بنابر تعریف لگاریتم اعشاری حاصل چنین لگاریتمی منفی است.		۲
نادرست، ممکن است این لگاریتم منفی باشد. برای مثال: $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}^x = -1$		۳
$f(x) = 7^x \rightarrow f^{-1}(x) = \log_7 x$		۴
درست، هر تابع لگاریتمی یک به یک است.		۵
$\log_5^{\sqrt[3]{25}} = \log_5^{5^{\frac{2}{3}}} = \frac{2}{3} \log_5^5 = \frac{2}{3} (1) = \frac{2}{3}$ زیرا $\frac{2}{3}$		۶
نادرست؛ لگاریتم اعشاری اعداد مثبت کمتر از یک، منفی است.		۷
$f^{-1}(3) = \alpha \rightarrow f(\alpha) = 3 \xrightarrow{f(x) = \log_3^{(7x^2-1)}} \log_3^{(7x^2-1)} = 3$ $\rightarrow 7x^2 - 1 = 27 \rightarrow 7x^2 = 28 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$		۸

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل سوم

((حسابان ۱))

درس ۳: ویژگی های لگاریتم

گزینه ی ۲	۱
$\log_{\sqrt[3]{49}} = \log_{\sqrt[3]{(7^2)^2}} = \log_{\sqrt[3]{7^4}} = \frac{4}{3} \log_7 = \frac{4}{3}$	

معادلات لگاریتمی

۱	$\log(x+3) + \log(x-3) - \log x = 3 \log 2 \rightarrow \log \frac{(x+3)(x-3)}{x} = \log 2^3$ $\rightarrow \frac{x^2-9}{x} = 8 \rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \rightarrow x = -1, \quad x = 9$ جواب $x = -1$ غیر قابل قبول است.
۲	$\log(x-1) + \log\left(\frac{x}{2} + 1\right) = \log 18 - \log 2 \rightarrow \log(x-1)\left(\frac{x}{2} + 1\right) = \log(18 \div 2)$ $\rightarrow (x-1)\left(\frac{x}{2} + 1\right) = 9 \rightarrow \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}x - 1 = 9 \rightarrow \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x = 10$ $\rightarrow x^2 + x = 20 \rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \rightarrow (x+5)(x-4) = 0 \rightarrow x = -5, \quad x = 4$ غ ق
۳	$\log_3(x^2-1) = 1 + \log_3(x+3)$ $\log_3(x^2-1) - \log_3(x+3) = 1 \rightarrow \log_3 \frac{x^2-1}{x+3} = 1 \rightarrow \frac{x^2-1}{x+3} = 3$ $\rightarrow x^2-1 = 3(x+3) \rightarrow x^2-3x-10 = 0 \rightarrow (x-5)(x+2) = 0$ $\rightarrow x = 5, \quad x = -2$ (هر دو جواب قابل قبول هستند.)
۴	$\log_3 \frac{(x-1)\left(\frac{x}{2}+1\right)}{2} = 2 \rightarrow (x-1)\left(\frac{x}{2}+1\right) = 3^2 \rightarrow (x-1)\left(\frac{x}{2}+1\right) = 9$ $\rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \rightarrow (x+5)(x-4) = 0 \rightarrow x = -5, \quad x = 4$ جواب $x = -5$ بنابر تعریف لگاریتم غیر قابل قبول است.

کاربردهای لگاریتم

۱	اگر A نیمه‌ی عمر یک ماده و جرم اولیه‌ی آن B باشد. آنگاه جرم باقی مانده از این ماده بعد از گذشت t سال از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید. $m(t) = B \times 2^{-\frac{t}{A}}$ لذا با توجه به اطلاعات این مسأله داریم : $m(96) = 256 \times 2^{-\frac{96}{48}} = 2^8 \times 2^{-2} = 2^6 = 64 \text{ گرم}$
۲	اگر A نیمه‌ی عمر یک ماده و جرم اولیه‌ی آن B باشد. آنگاه جرم باقی مانده از این ماده بعد از گذشت t سال از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید. $m(t) = B \times 2^{-\frac{t}{A}}$ لذا با توجه به اطلاعات این مسأله داریم : $m(40) = 24 \times 2^{-\frac{40}{25}} = 24 \times 0.32 = 7.68 \text{ میلی گرم}$

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل چهارم

((حسابان ۲))



درس ۱ : واحدهای اندازه گیری زاویه

۱	شعاع دایره ، در واقع این عبارت تعریف رادیان می باشد.
۲	می دانیم که : $\frac{7\pi}{5} = \pi + \frac{2\pi}{5}$ پس انتهای کمان روبرو به زاویه‌ی $\frac{7\pi}{5}$ در ربع سوم واقع است. (گزینه‌ی ۳)
۳	$\theta = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ $\theta = \frac{l}{r} \rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{l}{25} \rightarrow l = 25 \times \frac{\pi}{3} \cong 25$
۴	$\theta = \frac{l}{r} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{32}} = \frac{1}{32}$
۵	$\angle \theta = 90^\circ \rightarrow \angle \theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ $\theta = \frac{l}{r} \rightarrow l = r\theta \rightarrow l = 10 \times \frac{\pi}{2} = 5\pi \text{ m}$
۶	$\theta = \frac{l}{r} = \frac{12}{3} = 4$ ۴؛ زیرا
۷	الف) $\frac{150}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{5\pi}{6}$ ب) $L = r\theta \rightarrow L = 30 \times \frac{5\pi}{6} = 25\pi = 75 \text{ cm}$
۸	$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{1}{\pi} \rightarrow D = \frac{180}{\pi} = 57/32$ ۵۷؛ زیرا

$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{-\frac{2\pi}{5}}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180} = \frac{-2}{5} \rightarrow D = \frac{-2 \times 180}{5} = -72$	درست؛ زیرا	۹
--	------------	---

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان

فصل چهارم

((حسابان ۱))



درس ۲: نسبت های مثلثاتی برخی زاویه ها

الف) $\tan(\frac{9\pi}{4}) = \tan(2\pi + \frac{\pi}{4}) = \tan \frac{\pi}{4} = ۱$ ب) $\cos(۱۳۵^\circ) = \cos(۹۰ + ۴۵) = -\sin(۴۵) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$	۱
$\tan(-۶۰^\circ) = -\tan(۶۰^\circ) = -\tan(۳(۱۸^\circ) + ۶۰) = -\tan(۶۰) = -\sqrt{3}$	۲
$\tan(\theta - \frac{\pi}{2}) = \tan[-(\frac{\pi}{2} - \theta)] = -\tan(\frac{\pi}{2} - \theta) = -\cot \theta$	۳ گزینه ۴
$\begin{cases} \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha \\ \sin(2\pi - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin \alpha \end{cases}$	۴ درست، زیرا
$\cos \alpha + \cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha - \cos(-\alpha) = \cos \alpha - \cos \alpha = ۰$	۵ درست؛

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

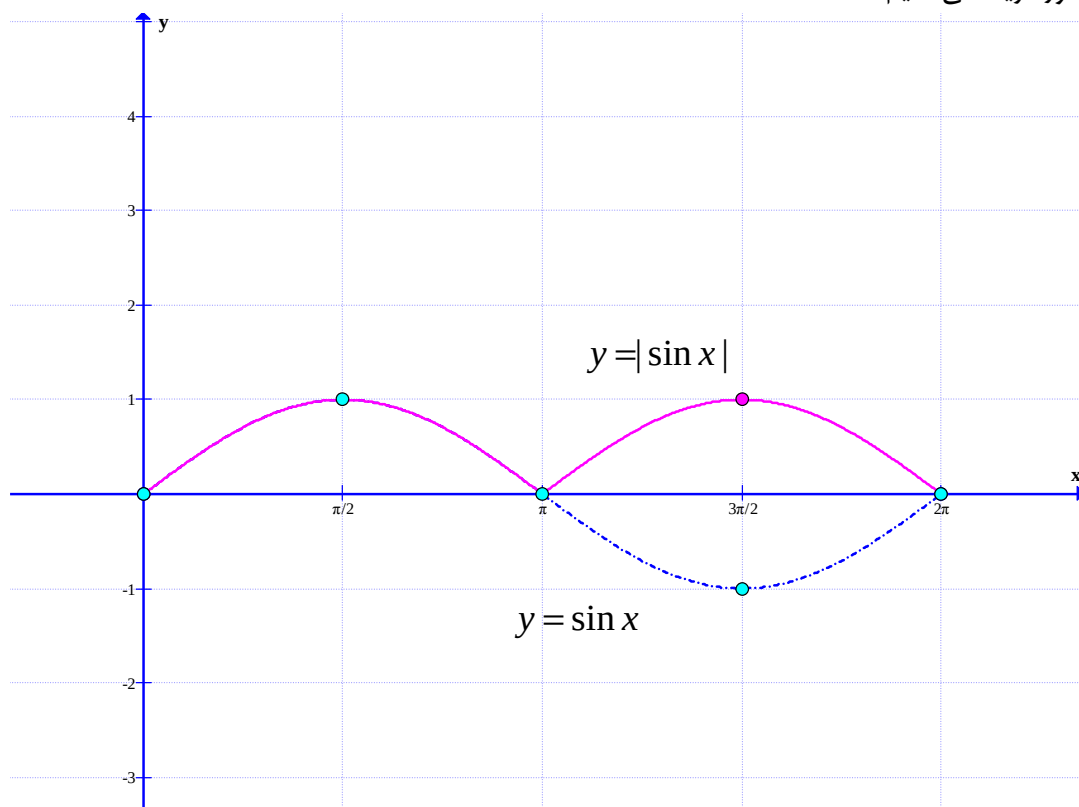
فصل چهارم

((حسابان ۱))

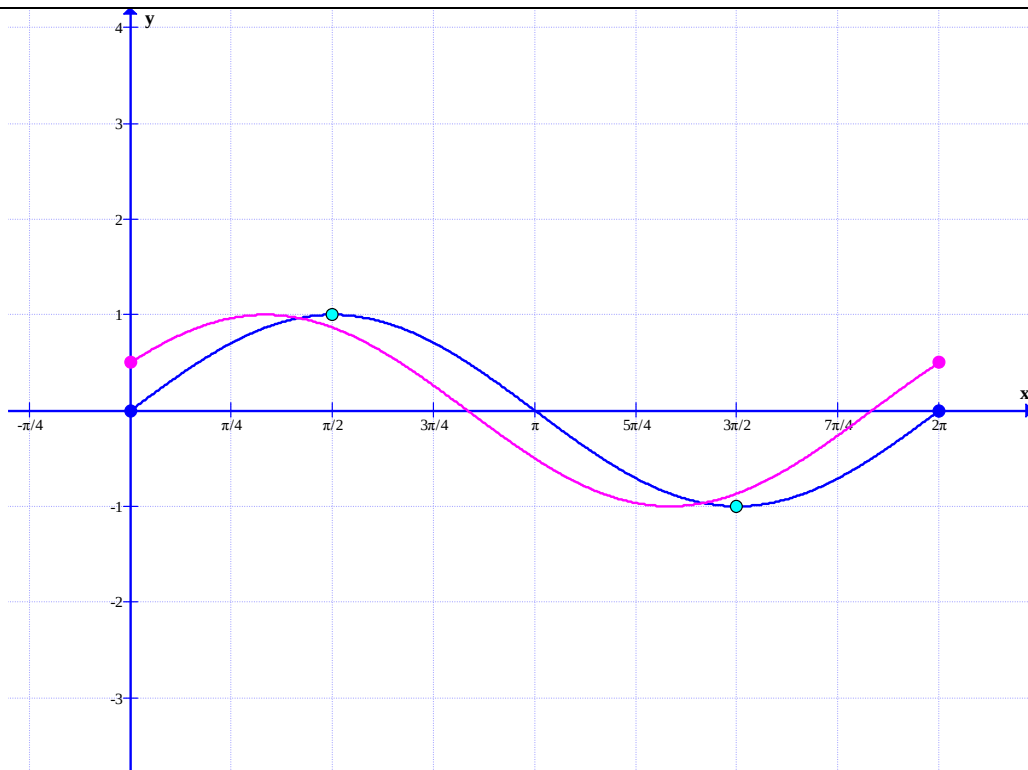


درس ۳: توابع مثلثاتی

۱ ابتدا نمودار تابع $y = \sin x$ را رسم می کنیم و سپس قسمت از نمودار که زیر محور طول ها ، قرار دارد را نسبت به همین محور قرینه می کنیم.



۲ برای رسم نمودار تابع $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ ، کافی است، نمودار تابع $y = \sin x$ را به اندازه $\frac{\pi}{6}$ به سمت چپ حرکت دهیم.



نمودار تابع داده شده، محور طول ها را در دو نقطه قطع می کند.

$$y = 0 \rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = 0 \rightarrow x = -\frac{\pi}{6} \\ x + \frac{\pi}{6} = \pi \rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \\ x + \frac{\pi}{6} = 2\pi \rightarrow x = \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

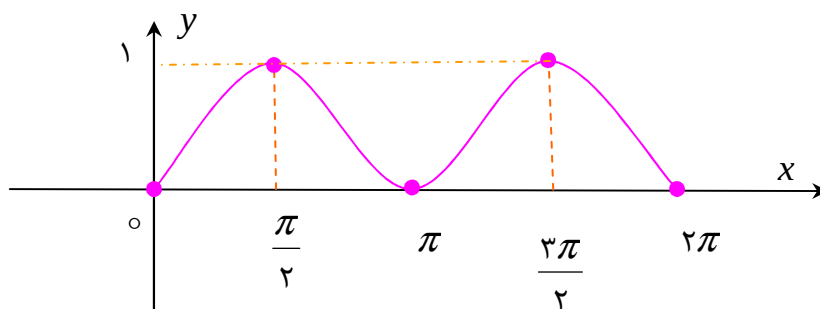
لذا در بازه‌ی داده شده، محل تقاطع نمودار تابع و محور طولها، نقاط $\frac{5\pi}{6}$ و $\frac{11\pi}{6}$ می باشند.

$$R_f = [-1, 1]$$

۳

به کمک نقطه‌ی یابی در فاصله‌ی داده شده، می توان نمودار تابع را رسم کرد.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	0	1	0	-1	0



$$R_f = [0, 1]$$

۴

توجه: با کمک رسم نمودار $y = \cos x$ و اعمال تبدیلات رو آن، نمودار تابع $y = -|\cos x| + 1$ نیز بدست می آید.

تهیه کننده : جابر عامری
عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه
استان خوزستان

فصل چهارم

((حسابان ۱))



درس ۴: نسبت های مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا

$\sin^2 \alpha = \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$	۱
$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$ $\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169} \rightarrow \sin \beta = \frac{5}{13}$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{12}{13}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right) = \frac{16}{65}$	۲
گزینه ی ۲، تساوی $\cos^2 \alpha = -2 \cos^2 \alpha + 1$ درست نمی باشد.	۳
$\tan\left(-\frac{23\pi}{4}\right) = -\tan\left(\frac{23\pi}{4}\right) = -\tan\left(6\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$	۴
$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$ $\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \left(\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{10}$	۵
$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5} \rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$ $\frac{1}{\cos^2 \beta} = 1 + \tan^2 \beta = 1 + \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = 1 + \frac{4}{5} = \frac{9}{5} \rightarrow \frac{1}{\cos^2 \beta} = \frac{9}{5}$ $\rightarrow \cos^2 \beta = \frac{5}{9} \rightarrow \cos \beta = \pm \frac{\sqrt{5}}{3} \rightarrow \cos \beta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$	۶

$\sin(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \left(\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) - \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{3}\right) = \frac{-4\sqrt{5} - 9}{15}$ $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25}$	
(الف) $\cos(-24^\circ) = \cos(24^\circ) = \cos(18^\circ + 6^\circ) = -\cos 6^\circ = -\frac{1}{2}$ $\tan\left(\frac{7\pi}{2}\right) = \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{2}\right) = -\tan \frac{\pi}{2} = -1$ $\sin^2(135^\circ) = \sin^2(18^\circ + 45^\circ) = \sin^2(45^\circ) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \cos(-24^\circ) + \tan\left(\frac{7\pi}{2}\right) - \sin^2(135^\circ) = -\frac{1}{2} + (-1) - \frac{1}{2} = -2$ (ب) $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha$ $\cos^2(22/5) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(22/5) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(45) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$ $\cos(22/5) = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$	۷

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل پنجم

((حسابان ۲))



درس ۱: مفهوم حد و فرآیند های حدی

درست، این بازه ، همسایگی راست عدد ۲ می باشد.	۱
$x - 1 = 3 \rightarrow x = 4$ $2y + 5 > 3 \rightarrow 2y > -2 \rightarrow y > -1$	۲

تهیه کننده : جابر عامری

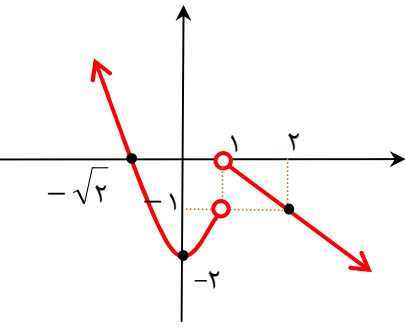
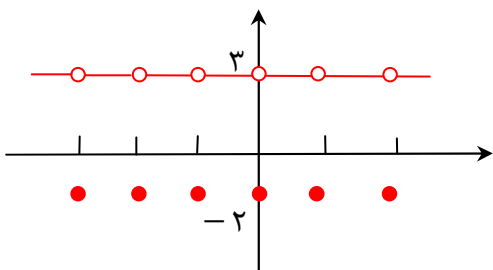
عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل پنجم

((حسابان ۱))

درس ۲: حدهای یک طرفه

۱	به کمک نقطه یابی برای هر ضابطه، می توان نمودار تابع را رسم نمود.  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1 \end{array} \right\} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{وجود ندارد.}$
۲	درست، زیرا این تابع در نقطه‌ی $x = 3$، حد چپ ندارد.
۳	 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3 \quad \Rightarrow \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$
۴	ابتدا دامنه‌ی تابع را تعیین می کنیم. $D_f = \mathbb{R} - [3, 4)$ با توجه به دامنه‌ی این تابع، متغیر x نمی تواند با مقادیر بیشتر از ۳ به ۳ نزدیک شود. بنابراین حد راست تابع در نقطه- ی $x = 3$ وجود ندارد.
۵	$2 \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + 3 f(1) - \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2(-1) + 3(2) - 4 = 0$
۶	خیر؛ با توجه به دامنه‌ی تابع، معلوم است که تابع در نقطه‌ی $x = 1$ حد راست ندارد. $x - x^2 \geq 0 \rightarrow x(1 - x) \geq 0 \xrightarrow{x=0, x=1} D = [0, 1]$

فصل پنجم

((حسابان ۱))



درس ۳: قضیه های حد

مقدار ثابت C ، این عبارت، قضیه‌ی حد تابع ثابت می باشد.	۱
$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} (x) = a$	۲

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

استان خوزستان

فصل پنجم

((حسابان ۱))



درس ۴ : محاسبه حد

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{4}}{\cos x - \sin x}$ $= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)}{\cos x - \sin x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{(x^2 - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x - 1)(x + 1)(\sqrt{x} + 1)}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x + 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$	۱
الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x - 5} - 2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x - 5} - 2} \times \frac{\sqrt{3x - 5} + 2}{\sqrt{3x - 5} + 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{(3x - 5) - 4} \times (\sqrt{3x - 5} + 2) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{3(x - 3)} \times (\sqrt{3x - 5} + 2)$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 3}{3} \times (\sqrt{3x - 5} + 2) = \frac{3 + 3}{3} \times (\sqrt{3(3) - 5} + 2) = 2(2 + 2) = 8$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2\cos 2x}{x \cdot \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos 2x)}{x \cdot \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(2\sin^2 x)}{x \cdot \sin x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4\sin x}{x} = 4(1) = 4$	۲

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6} \times \frac{x + \sqrt{x+2}}{x + \sqrt{x+2}}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - (x+2)}{(x+3)(x-2)} \times \frac{1}{x + \sqrt{x+2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)(x-2)}{(x+3)(x-2)} \times \frac{1}{x + \sqrt{x+2}}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x+3} \times \frac{1}{x + \sqrt{x+2}} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2+2} = \frac{3}{20}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x}{x} = 2(1) = 2$	۳
الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 x - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + 2x + 4) = 4 + 4 + 4 = 12$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \times \frac{2}{5} = 1 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$	۴
الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{x+8}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{x+8}}{x^2 - 1} \times \frac{3 + \sqrt{x+8}}{3 + \sqrt{x+8}}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{9 - (x+8)}{x^2 - 1} \times \frac{1}{3 + \sqrt{x+8}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{x^2 - 1} \times \frac{1}{3 + \sqrt{x+8}}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{x+1} \times \frac{1}{3 + \sqrt{x+8}} = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = -\frac{1}{12}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x} = \frac{0}{0} = 0$ پ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos 2x}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos 2x)}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(2 \sin^2 x)}{x \sin x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin^2 x}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} 4 \times \frac{\sin x}{x} \times \frac{\sin x}{\sin x} = 4$	۵

تهیه کننده: جابر عامری

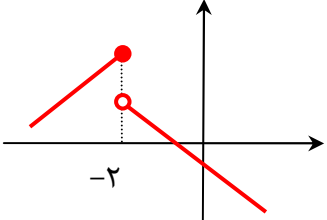
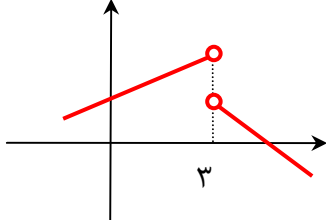
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه

فصل پنجم

((حسابان ۱))



درس ۵ : پیوستگی در یک نقطه

حد راست $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[x] + a}{x - 1} = \frac{2 + a}{2 - 1} = 2 + a$ حد چپ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2bx + 4) = 2b(2) + 4 = 4b + 4$ مقدار $f(2) = b - 1$ می دانیم که یک تابع در یک نقطه، پیوسته هرگاه حد راست و حد چپ و مقدار تابع در نقطه‌ی $x = 2$ برابر باشند. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \rightarrow 2 + a = 4b + 4 = b - 1$ $\rightarrow \begin{cases} 4b + 4 = b - 1 \rightarrow 3b = -5 \rightarrow b = -\frac{5}{3} \\ 2 + a = b - 1 \rightarrow 2 + a = -\frac{5}{3} - 1 \rightarrow a = -\frac{8}{3} - 2 = -\frac{14}{3} \end{cases}$	۱
  الف: تابع در $x = 3$ حد ندارد. ب: تابع در نقطه‌ی $x = -2$ پیوستگی راست ندارد.	۲
ابتدا حد راست و حد چپ و مقدار تابع را در نقطه‌ی $x = -2$ تعیین می کنیم. حد راست $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = (-2 - a)(-2) = 4 + 2a$ حد چپ $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = (-3 - a)(-3) = 9 + 3a$ مقدار $f(-2) = (-2 - a)(-2) = 4 + 2a$ می دانیم که یک تابع در یک نقطه، پیوسته هرگاه حد راست و حد چپ و مقدار تابع در نقطه‌ی $x = -2$ برابر باشند. $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = f(-2)$	۳

$\rightarrow 4 + 2a = 9 + 3a \rightarrow a = -5$	
ابتدا حد راست و حد چپ و مقدار تابع را در نقطه‌ی $x = 2$ تعیین می‌کنیم. حد راست $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x + a) = 4 + a$ حد چپ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (bx + 1) = 2b + 1$ مقدار $f(2) = 3$ می‌دانیم که یک تابع در یک نقطه، پیوسته هرگاه حد راست و حد چپ و مقدار تابع در نقطه‌ی $x = 2$ برابر باشند. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$ $\rightarrow 4 + a = 2b + 1 = 3 \rightarrow \begin{cases} 4 + a = 3 \rightarrow a = -1 \\ 2b + 1 = 3 \rightarrow b = 1 \end{cases}$	۴
می‌دانیم که یک تابع در یک نقطه، پیوسته است، هرگاه در این نقطه حد راست و حد چپ و مقدار تابع برابر باشند. مقدار $f(x) = x - \frac{a}{4} \xrightarrow{x=0} f(0) = 0 - \frac{a}{4} = -\frac{a}{4}$ حد راست $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} \times \frac{\sqrt{1+x} + 1}{\sqrt{1+x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} \times \frac{1}{\sqrt{1+x} + 1} = \frac{1}{2}$ حد چپ $\lim_{x \rightarrow 0^-} b + \frac{[x]}{2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} b + \frac{-1}{2} = b - \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} -\frac{a}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow a = -2 \\ b - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow b = 1 \end{cases}$	۵
کافی است، حد راست و حد چپ و مقدار تابع را در نقطه‌ی $x = 0$ تعیین و مقایسه کنیم. مقدار تابع $f(0) = 1$ حد راست $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax}{ x } = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax}{x} = a$ حد چپ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ax}{ x } = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ax}{-x} = -a$ حال اگر $a = 0$ باشد، نتیجه می‌شود، $f(0) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$	۶

و اگر $a \neq \circ$ باشد، نتیجه می شود، $\lim_{x \rightarrow \circ^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow \circ^-} f(x)$
و لذا در هر حالت تابع در نقطه‌ی $x = \circ$ پیوسته نمی باشد.

پیوستگی در یک فاصله

۱

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه ، استان خوزستان